

1. Etude de la fonction inverse

a) **Définition** : la fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ par $f(x) = \frac{1}{x}$. A tout nombre réel x non nul, on associe l'inverse de x .

b) **Variations** : Pour déterminer les variations de la fonction inverse, on étudie sur deux intervalles distincts :

- sur $]0; +\infty[$: on considère deux nombres réels a et b de cet intervalle tels que $a < b$:

On obtient alors

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} ; \text{ la fonction inverse ne}$$

conserve pas l'ordre des nombres sur $]0; +\infty[$, donc c'est une fonction strictement décroissante sur $]0; +\infty[$.

- sur $] -\infty; 0[$: on considère a et b tels que $a < b$:

On obtient alors

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} ; \text{ la fonction inverse ne conserve pas l'ordre des}$$

nombres sur $] -\infty; 0[$, donc c'est une fonction strictement décroissante sur $] -\infty; 0[$.

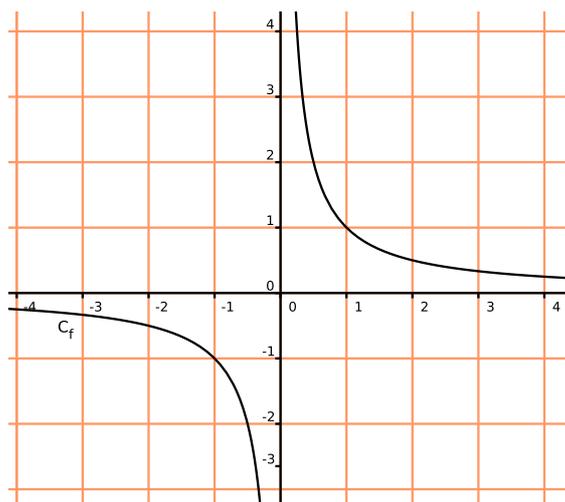
c) **Tableau de variations** :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
sens de f	$0 \searrow$ 		$+\infty \searrow$

d) **Représentation graphique** :

La courbe représentative de la fonction inverse s'appelle une hyperbole.

L'origine du repère, le point O est un centre de symétrie de la courbe.



2. Comparer des inverses

a) **Propriété** : cette propriété se déduit du tableau de variations de la fonction inverse:

si $0 < a \leq b$, alors $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$; si $a \leq b < 0$, alors $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$.

● Les inverses de deux nombres positifs sont rangés dans l'ordre inverse de ces deux nombres.

● Les inverses de deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de ces deux nombres.

b) **Résolution d'inéquations** : Il s'agit de résoudre des inéquations de la forme $\frac{1}{x} < a$ (ou $\frac{1}{x} > a$, $\frac{1}{x} \leq a$, $\frac{1}{x} \geq a$) où a est un réel donné.

Exemple : résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} \leq 4$ d'après le graphique ou le tableau de variations, la solution est

résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} \geq 2$. D'après le graphique ou le tableau de variations, la solution est : $S =$

c) **Encadrement de nombres** : on cherche à encadrer une expression de x faisant intervenir des inverses à l'aide d'un encadrement de x .

Exemple : 1) Soit $3 < x < 4$; trouver un encadrement de $\frac{2}{x} - 1$:

